

УДК 519.6:532.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ FLOWVISION-NPC

С. В. Жлуктов¹, А. А. Аксенов¹, С. А. Харченко¹, И. В. Москалев¹,
Г. Б. Сушко¹, А. С. Шишаева¹

Предлагается новая подсеточная модель турбулентности для пристенных ячеек, основанная на методе пристеночных функций. В модели учитывается градиент давления (как положительный, так и отрицательный). Модель предполагает гладкий профиль касательной составляющей скорости, гладкий профиль турбулентной вязкости и специальным образом подобранный профиль скорости диссипации турбулентной энергии. Профиль касательной составляющей скорости представляет собой комбинацию безградиентного и отрывного экспериментальных профилей скорости. Предложенная модель реализована в программном комплексе FlowVision-NPC. Рассматривается решение двумерных тестовых задач с помощью FlowVision-NPC. Исследуются течения около прямолинейных и криволинейных стенок.

Ключевые слова: уравнения Навье–Стокса, модель турбулентности, пристеночные функции, крыловой профиль, расчетная сетка с подсеточным разрешением геометрии.

1. Введение. В настоящее время проектирование ракеты, самолета, корабля, автомобиля не обходится без численного моделирования течения, формирующегося около данного объекта. Актуальность задачи разработки физических моделей, позволяющих получать надежные результаты на относительно грубых сетках (без детального разрешения зазоров и пограничных слоев), вытекает из требований, которые предъявляет к численному моделированию современное проектирование: сложная геометрическая модель изделия (корабль с винтом, самолет в полной компоновке и др.), обозримое время расчета (часы или дни), высокая точность предсказания аэрогидродинамических характеристик.

Большинство течений, встречающихся в природе и технике, — турбулентные. Для моделирования турбулентности в потоке используются различные модели (алгебраические, с одним уравнением конвективно-диффузионного типа, с двумя уравнениями, с семью уравнениями и др.). Особое место в теории турбулентности занимает моделирование пограничного слоя около твердой поверхности. Известны два подхода к моделированию турбулентного пограничного слоя: с разрешением ламинарного подслоя и без разрешения ламинарного подслоя. Последний подход предполагает использование эмпирических (полученных экспериментальным путем) профилей скорости и турбулентных характеристик, или, как их иначе называют, пристеночных функций. Если разрешать пограничный слой около объекта сложной формы (корабля, самолета), то сетка будет чрезмерно большой даже для современных суперкомпьютеров. Поэтому использование пристеночных функций предпочтительно для инженерных расчетов.

“Стандартные” пристеночные функции [1] были реализованы в программных комплексах FlowVision и FlowVision-NPC несколько лет назад и успешно применяются в расчетах различных течений. Несомненным преимуществом этой модели является ее простота. Однако “стандартные” функции могут давать неадекватные результаты: при значениях $y^+ \leq 30$ и в случае большого градиента давления при значениях $y^+ > 30$.

Целью настоящей статьи является демонстрация новой подсеточной модели турбулентности для пристенных ячеек, разрабатываемой для программного комплекса FlowVision-NPC. Эта модель (в дальнейшем модель FV) основана на методе пристеночных функций. Модель

- учитывает градиент давления (как положительный, так и отрицательный),
- предполагает гладкий профиль касательной составляющей скорости и гладкий профиль турбулентной вязкости,
- воспроизводит безградиентный и отрывной экспериментальные профили скорости,

¹ ООО “ТЕСИС”, ул. Юннатов, 18, офис 705, 127083, Москва; С. В. Жлуктов, начальник группы матем. физики, e-mail: sz@tesis.com.ru; А. А. Аксенов, технический директор, e-mail: andrey@tesis.com.ru; С. А. Харченко, начальник группы параллельных вычислений, e-mail: skh@tesis.com.ru; И. В. Москалев, инженер, e-mail: miv@tesis.com.ru; Г. Б. Сушко, инженер, e-mail: gs@tesis.com.ru; А. С. Шишаева, начальник группы тестирования, e-mail: nsh@tesis.com.ru

— учитывает шероховатость твердой поверхности.

В модели FV использованы следующие идеи.

1. Путь перемешивания [2] — гладкий профиль турбулентной вязкости определяется классическим выражением Прандтля. Гладкий профиль касательной скорости, в свою очередь, определяется профилем турбулентной вязкости.

2. Суперпозиция безградиентного и отрывного экспериментальных профилей скорости [3].

3. Граничные условия 3-го рода для уравнения импульсов [4].

4. Учет шероховатости посредством замены молекулярной вязкости на эффективную [5].

Влияние шероховатости на течение в данной работе не исследуется: в расчетах все стенки полагаются гладкими, используются экспериментальные данные для гладких стенок.

Программный комплекс FlowVision-HPC основан на конечно-объемной декартовой расчетной сетке. Локальная динамическая адаптация сетки производится в соответствии с заданными пользователем критериями. Изначально сетка состоит из прямоугольных ячеек, однако вблизи границы расчетной области происходит булево вычитание нерасчетных объемов из прямоугольных ячеек и образование произвольных расчетных многогранников [6]. При этом граница может иметь сложную криволинейную форму. Авторы работы [6] назвали такую сетку “сетка с подсеточным разрешением геометрии”, поскольку никакого упрощения приграничных ячеек-многогранников не производится. Это в корне отличает технологию FlowVision от технологии генерации расчетной сетки, известной как cut-cell метод, которая заменяет границу в ячейке плоским многоугольником. Несмотря на геометрическую сложность расчетной сетки FlowVision, порядок аппроксимации решаемых уравнений по пространству — второй. Это достигается использованием высокоточной расчетной схемы с реконструкцией решения внутри ячейки [7]. Уравнения движения жидкости решаются с помощью неявной схемы расщепления [6]. Алгебраические уравнения, возникающие при аппроксимации уравнений движения жидкости, энергии, переноса контактной поверхности, переноса турбулентных характеристик и т.д., решаются методами типа подпространств Крылова. Программный комплекс FlowVision-HPC работает на компьютерах, имеющих смешанную архитектуру: межузловое MPI-распараллеливание на них производится одновременно с распараллеливанием на узле как на компьютере с общей памятью. Использование смешанного распараллеливания позволяет добиться высококачественного масштабирования программного комплекса при работе на большом числе процессоров [8, 9].

Возможности программного комплекса FlowVision-HPC с новой моделью демонстрируются на двухмерных тестовых задачах. Все представленные результаты получены с использованием стандартной $k-\epsilon$ модели турбулентности [1]. Доработка и тестирование модели FV выполнены при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, государственный контракт № 02.514.11.4125.

2. Решаемые уравнения.

1. Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0.$$

2. Уравнение импульсов (уравнение Навье–Стокса):

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) = \nabla \cdot (-P \hat{\mathbf{I}} + \hat{\boldsymbol{\tau}}_{\text{eff}}) + \rho \mathbf{F}.$$

Здесь

$$\mathbf{V} \otimes \mathbf{V} = \begin{Bmatrix} V_x V_x & V_y V_x & V_z V_x \\ V_x V_y & V_y V_y & V_z V_y \\ V_x V_z & V_y V_z & V_z V_z \end{Bmatrix}, \quad \hat{\boldsymbol{\tau}}_{\text{eff}} = (\mu + \mu_t) \left(2\hat{\boldsymbol{\epsilon}} - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \mathbf{V})\hat{\mathbf{I}} \right), \quad e_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_j V_i + \nabla_i V_j).$$

3. Уравнение энергии:

$$\frac{\partial(\rho H)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} H) = \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{F} - \nabla \cdot (\mathbf{J}_{q,\text{eff}} - \hat{\boldsymbol{\tau}}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{V}) + \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Здесь

$$\mathbf{J}_{q,\text{eff}} = - \left(\lambda + \frac{\mu_t C_p}{Pr_t} \right) \nabla T = - \left(\frac{\lambda}{C_p} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) (\nabla H - \mathbf{V} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{V})).$$

4. Уравнения стандартной k - ε модели (для турбулентной энергии и скорости ее диссипации):

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} k) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + G - \rho \varepsilon,$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \varepsilon) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 G - C_2 \rho \varepsilon).$$

Здесь $G = \mu_t \left(S - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V})^2 \right)$, $S = 2 \sum_{ij} e_{ij} e_{ij}$ и $\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}$.

Параметры стандартной k - ε модели:

$$\sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad C_\mu = 0.09, \quad C_1 = 1.44, \quad C_2 = 1.92.$$

3. Модель FV.

3.1. Профиль касательной скорости. Применение пристеночных функций позволяет не разрешать турбулентный пограничный слой и ламинарный подслой около твердой поверхности. Это сокращает требуемые вычислительные ресурсы, как минимум, в 10 раз.

Известны две эмпирические формулы для профиля касательной скорости вдали от стенки в двух предельных ситуациях: нулевой градиент давления (обозначим этот профиль U_1) и нулевое касательное напряжение (обозначим этот профиль U_2):

$$\frac{U_1}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\rho u_\tau y}{\mu} + B, \quad \frac{U_2}{u_p} = \alpha \ln \frac{\rho u_p y}{\mu} + \beta.$$

Последняя ситуация наблюдается в точке отрыва потока.

Значения коэффициентов в литературе варьируются в некоторых пределах. В FlowVision принято:

$$\kappa = 0.41, \quad B = 5.359, \quad \alpha = 5, \quad \beta = 8.$$

Исходя из нашего опыта, эти значения дают хорошее совпадение с экспериментальными данными.

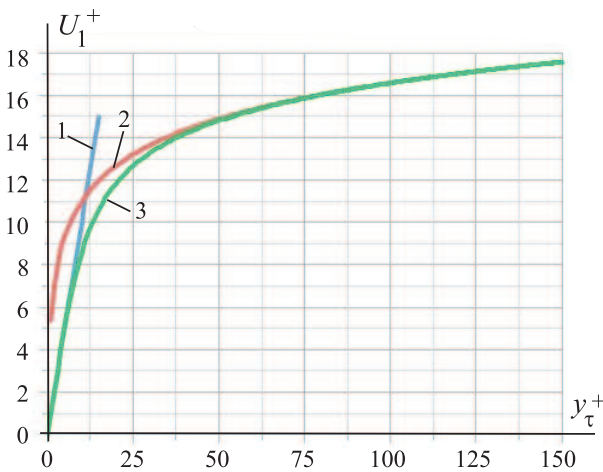


Рис. 1. “Безградиентный” профиль касательной скорости: 1) линейный закон, 2) логарифмический закон, 3) FV закон

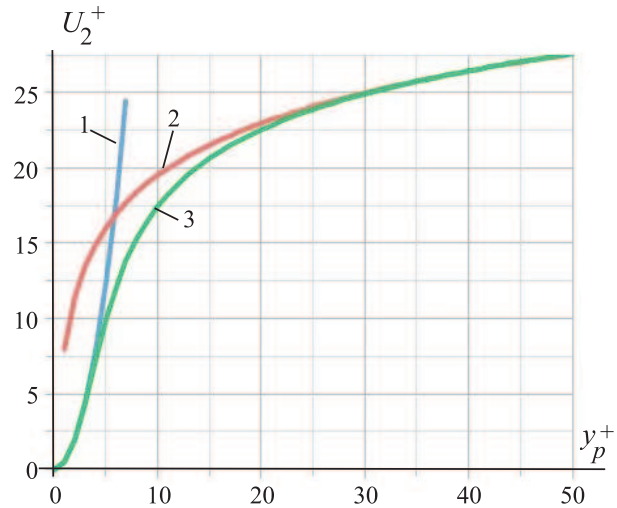


Рис. 2. “Отрывной” профиль касательной скорости: 1) квадратичный закон, 2) логарифмический закон, 3) FV закон

Вблизи стенки (в ламинарном подслое) профиль U_1 — линейный, профиль U_2 — квадратичный. Для обеспечения сеточной сходимости профиль касательной скорости должен быть гладким. На рис. 1 и 2 показаны гладкие профили U_1 и U_2 , применяемые в модели FV.

В основе реконструкции гладких профилей U_1 и U_2 — идея “пути перемешивания” [2]. Определим турбулентную вязкость в безградиентном пограничном слое следующим образом:

$$\mu_t = \rho l_\tau^2 \frac{dU_1}{dy}. \tag{1}$$

Для вязкого напряжения на стенке имеем следующее соотношение:

$$(\mu + \mu_t) \frac{dU}{dy} = \tau_{wx}. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получаем квадратное уравнение для производной скорости:

$$\rho l_\tau^2 \left(\frac{dU_1}{dy} \right)^2 + \mu \frac{dU_1}{dy} - \tau_{wx} = 0, \quad \frac{dU_1}{dy} = -\mu + \frac{\sqrt{\mu^2 + 4\rho l_\tau^2 \tau_{wx}}}{2\rho l_\tau^2}.$$

Отсюда

$$U_1^+ = \int_0^{y_\tau^+} \frac{-1 + \sqrt{1 + 4l_\tau^{+2}}}{2l_\tau^{+2}} dy_\tau^+, \quad l_\tau^+ = \sqrt{\kappa y_\tau^+ \max(0, \kappa y_\tau^+ - 1)} \left(1 - \exp\left(-\frac{y_\tau^+}{A_\tau}\right) \right).$$

Для обеспечения выхода на логарифмический профиль, определяемый параметрами $\kappa = 0.41$ и $B = 5.359$, полагаем $A_\tau = 22.5$.

Аналогично, определим турбулентную вязкость в точке отрыва следующим образом:

$$\mu_t = \rho l_p^2 \frac{dU_2}{dy}. \quad (3)$$

Для градиента давления на стенке имеем следующее соотношение:

$$(\mu + \mu_t) \frac{dU_2}{dy} = \nabla_x P \cdot y. \quad (4)$$

Подставляя (3) в (4), получаем квадратное уравнение для производной скорости:

$$\rho l_p^2 \left(\frac{dU_2}{dy} \right)^2 + \mu \frac{dU_2}{dy} - \nabla_x P \cdot y = 0, \quad \frac{dU_2}{dy} = \frac{-\mu + \sqrt{\mu^2 + 4\rho l_p^2 \nabla_x P \cdot y}}{2\rho l_p^2}.$$

Отсюда

$$U_2^+ = \int_0^{y_p^+} \frac{-1 + \sqrt{1 + 4l_p^{+2} y_p^+}}{2l_p^{+2}} dy_p^+, \quad l_p^+ = \sqrt{\frac{y_p^+}{\alpha} \max\left(0, \frac{y_p^+}{\alpha} - 1\right)} \left(1 - \exp\left(-\frac{y_p^+}{A_p}\right) \right).$$

Характеристическая скорость u_p определяется так [3]: $\frac{\rho^2 u_p^3}{\mu} = |\nabla_x P|$. Для обеспечения выхода на логарифмический профиль, определяемый параметрами $\alpha = 5$ и $\beta = 8$, полагаем $A_p = 12.5$.

В FlowVision-НПС профили $U_1^+(y_\tau^+)$ и $U_2^+(y_p^+)$ представлены в затабулированном виде.

В общем случае профиль касательной скорости представляется в виде суперпозиции двух профилей [3]: $V_x \equiv U = \text{sign}(\tau_{wx}) \cdot U_1 + \text{sign}(\nabla_x P) \cdot U_2$.

Касательное напряжение может быть как положительным, так и отрицательным. Градиент давления может быть как положительным, так и отрицательным. Знак определяется относительно направления касательной скорости в центре ячейки. В последующих формулах полагается, что

1) x — касательное направление, определяемое касательной составляющей скорости в центре пристенной ячейки, y — нормальное направление;

2) τ_{wx} , $\nabla_x P$, U_1 , U_2 берутся с соответствующими знаками.

3.2. Граничное условие для уравнения импульсов. Интегрирование параболизированного уравнения импульсов (в проекции на касательную) от стенки до центра ячейки дает следующее соотношение:

$$(\mu + \mu_t) \nabla_y V_x = \tau_{wx} + R_x y,$$

где комплекс $R_x = \rho V_x \cdot \nabla_x V_x + \rho V_y \cdot \nabla_y V_x + \nabla_x P - \rho F_x$ определяется в центре пристенной ячейки [4]. Пренебрегая конвективными членами и объемной силой, получаем

$$(\mu + \mu_t) \nabla_y V_x = \tau_{wx} + \nabla_x P \cdot y. \quad (5)$$

Интегрирование соотношения (5) от стенки до центра ячейки дает искомое смешанное граничное условие:

$$V_x = \tau_{wx} \int_0^{y_c} \frac{dy}{\mu + \mu_t} + \nabla_x P \int_0^{y_c} \frac{y dy}{\mu + \mu_t}.$$

Вывод и обсуждение смешанного граничного условия для уравнения импульсов можно найти в [4].

3.3. Профиль турбулентной вязкости. Турбулентная вязкость находится из соотношения (5):

$$\mu_t = \frac{\tau_{wx} + \nabla_x P \cdot y}{U_1' + U_2'} - \mu.$$

При нулевом градиенте давления:

$$\frac{\mu_t}{\mu} = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 4l_\tau^{+2}} \right).$$

При нулевом вязком трении (отрыв):

$$\frac{\mu_t}{\mu} = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 4l_p^{+2} y_p^+} \right).$$

3.4. Профили турбулентной энергии и скорости ее диссипации. Профиль турбулентной энергии k около стенки в модели FV определяется выражением

$$k = \frac{\varepsilon}{\sqrt{C_\mu} U'} = \frac{1}{\rho} \frac{1}{\sqrt{C_\mu}} \left[\tau_{wx} + \nabla_x P \cdot y - \mu(U_1' + U_2') \right].$$

Оно получено в предположении равновесия (диссипация турбулентности равна генерации).

Скорость диссипации турбулентной энергии ε обычно определяют так [4]:

$$\varepsilon = \frac{(k_c)^{3/2}}{C_l y_d} \text{ при } y < y_d, \quad \varepsilon = \frac{(k_c)^{3/2}}{C_l y} \text{ при } y \geq y_d, \quad y_d = 2.867 \frac{\mu}{\rho C_\mu^{1/4} \sqrt{k_c}}, \quad C_l = 2.55, \quad C_\mu = 0.09.$$

Расчеты показали, что такой профиль ε дает плохую сеточную сходимость. В процессе работы над моделью FV были испытаны различные профили ε . Представленные результаты получены с профилем ε , определяемым следующим выражением:

$$\varepsilon = \frac{1}{\mu} (\tau_{wx} + \nabla_x P \cdot y) \left(\text{sign}(\tau_{wx}) \frac{u_\tau^2}{\kappa} \varphi_\tau^+ + \text{sign}(\nabla_x P) u_p^2 \alpha \varphi_p^+ \right),$$

$$\varphi_\tau^+ = \min \left[1, \max \left(\frac{1}{140}, 0.350 \frac{1}{y_\tau^+} + 7.51 \frac{1}{y_\tau^{+2}} - 0.421 \frac{1}{y_\tau^{+3}} \right) \right], \quad \varphi_p^+ = \frac{1}{y_p^+}.$$

Это выражение дает разброс по вязкому трению $\pm 5\%$ при сгущении сетки около стенки до $y_\tau^+ \approx 3$ в центре пристенной ячейки.

4. Результаты расчетов.

4.1. Тестовые задачи. Новая модель отрабатывалась на простейшей задаче — течение несжимаемой жидкости около пластины. Численные результаты сравнивались с классическими эмпирическими корреляциями [2]. Цель исследования заключалась в обеспечении сеточной сходимости. При использовании пристеночных функций под сеточной сходимостью понимают фиксированный разброс результатов относительно экспериментальных данных при измельчении расчетной сетки около стенки. В процессе исследования был подобран оптимальный профиль ε . Затем модель была испытана на более сложных задачах. Сеточная сходимость исследовалась в каждой тестовой задаче. Ниже приводятся результаты, полученные на некоторой сетке, “оптимальной” для конкретной задачи. Рассматриваются двухмерные течения.

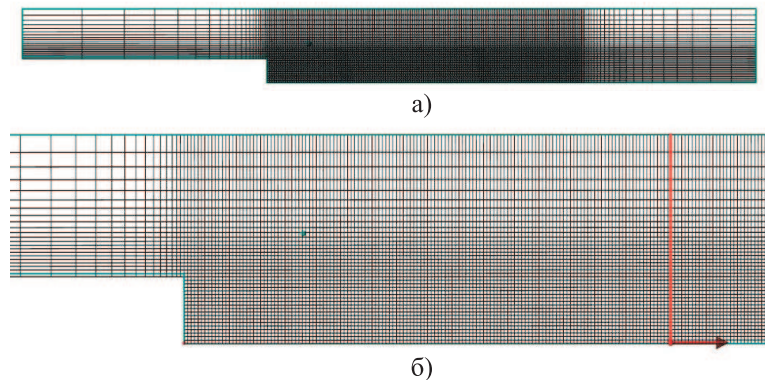


Рис. 3. Расчетная сетка: а) целиком, б) разрешение рециркуляционной зоны

4.2. Результаты.

Течение за обратным уступом. Условия: $Re = 88\ 000$. Представленные результаты получены на сетке из 11 860 ячеек. Сетка показана на рис. 3. Вертикальной линией отмечен конец рециркуляционной зоны, полученной в эксперименте [10, 11].

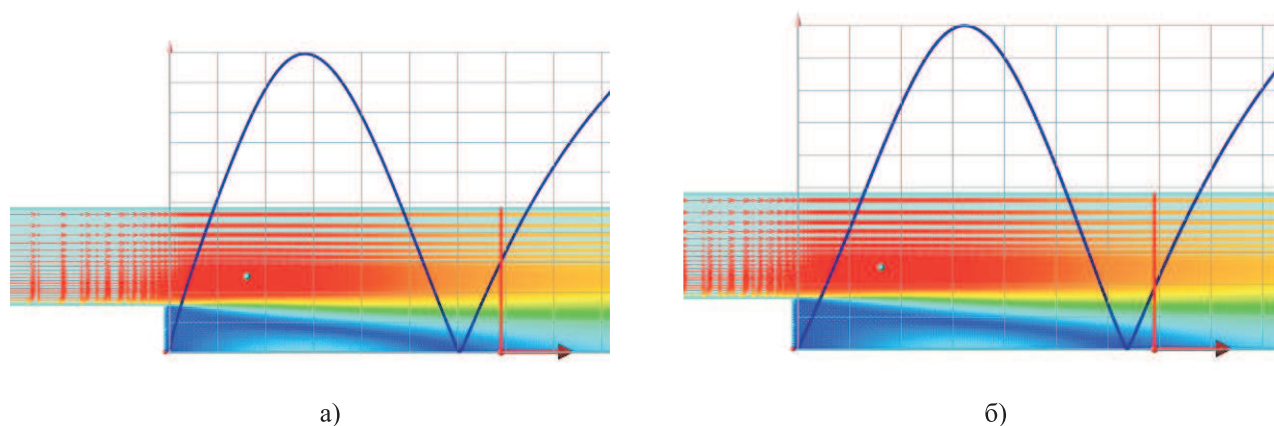


Рис. 4. Векторы и профиль скорости за обратным уступом: а) без учета градиента давления, б) с учетом градиента давления

Таблица 1

Длина рециркуляционной зоны

	Значение	Погрешность
Эксперимент [10, 11]	$7h \pm 0.5$	$\pm 7.0\%$
Расчеты без учета градиента давления	$6h$	-14.3%
Расчеты с учетом градиента давления	$6.5h$	-7%

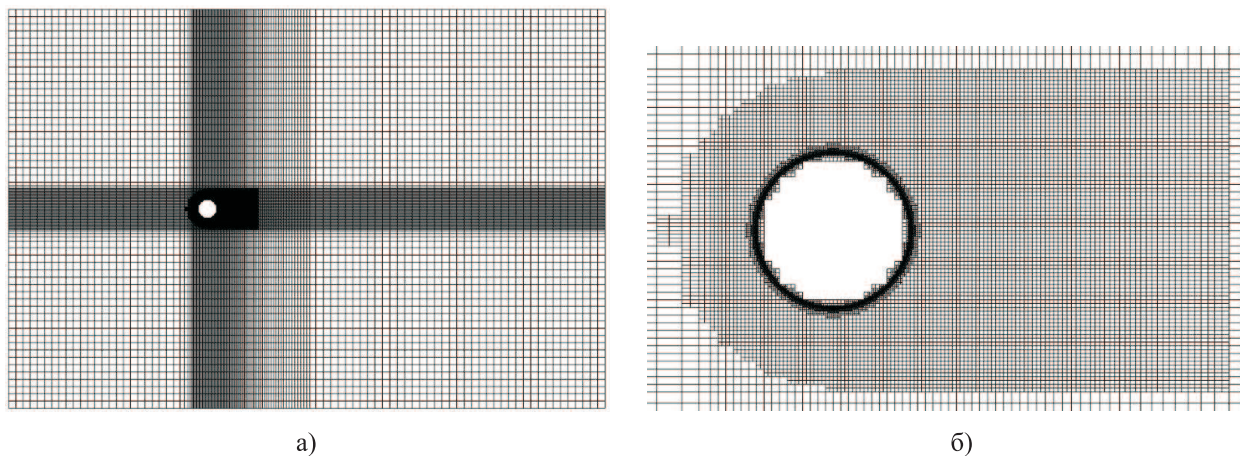


Рис. 5. Расчетная сетка: а) целиком, б) около цилиндра

На рис. 4 показаны профили скорости вдоль стенки, полученные без учета и с учетом градиента давления.

В табл. 1 результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными [10, 11]. Здесь h — высота уступа. Следует отметить, что рециркуляционную зону длиной $6h$ традиционно дает стандартная $k-\epsilon$ модель в сочетании со “стандартными” пристеночными функциями. Новая модель с включенным учетом градиента давления позволяет существенно улучшить результат.

Течение около цилиндра. Рассмотренные режимы течения: $Re = 100\ 000$, $Re = 500\ 000$, $Re = 1\ 000\ 000$. Представленные результаты получены на сетке из 126 000 ячеек. Сетка построена с использованием адап-

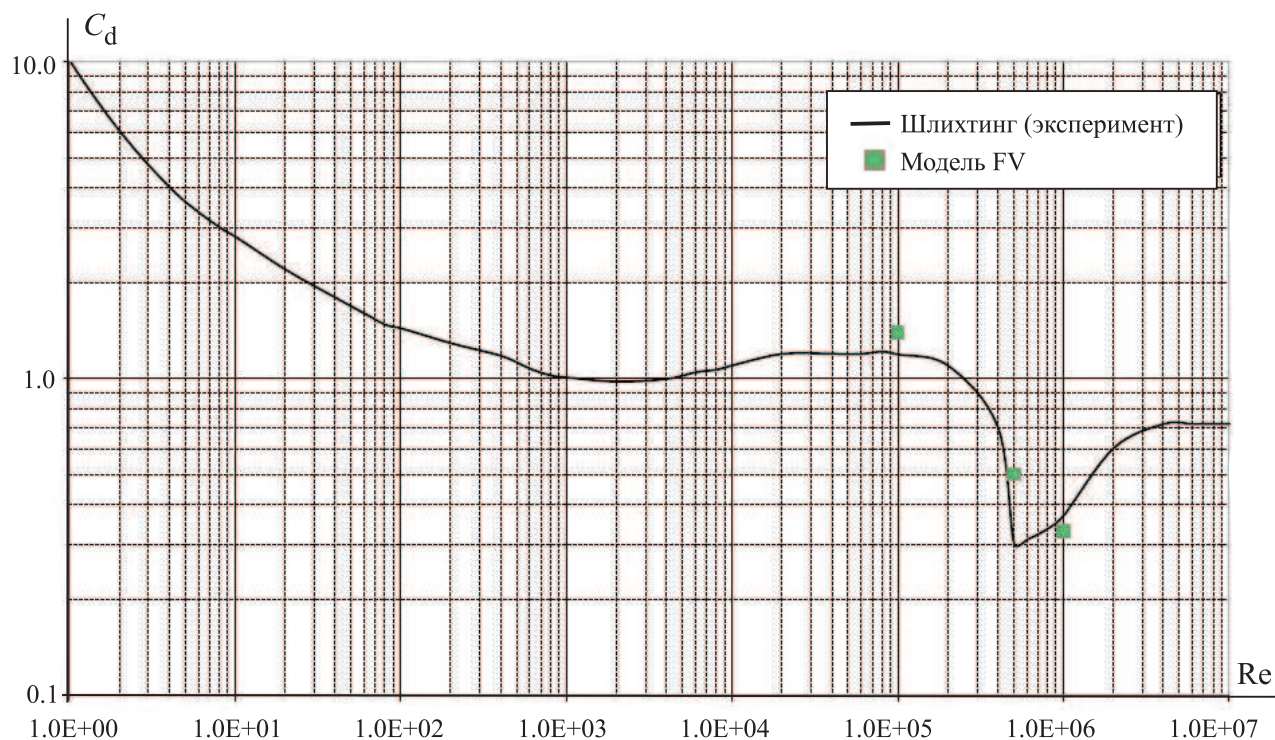


Рис. 6. Коэффициент сопротивления цилиндра

тации в объеме (внутри заданных геометрических объектов) и около поверхности цилиндра. В FlowVision адаптация всегда трехмерная: исходная ячейка разбивается на 8 равных частей, процедура повторяется до заданного уровня. Поэтому ячеек в проекции на плоскость течения существенно меньше. Сетка показана на рис. 5.

На рис. 6 результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными [2]. Учет градиента давления и гладкий комбинированный профиль касательной скорости позволяют адекватно воспроизвести кризис сопротивления при увеличении числа Рейнольдса.

Течение около профиля NACA 0012. Условия: $M = 0.3$, $Re = 1\,900\,000$, угол атаки = 10° , длина хорды $c = 0.254$ м. Представленные результаты получены на сетке из 250 000 ячеек. В проекции на плоскость течения – порядка 150 000 ячеек. Внешние границы расчетной области расположены на расстоянии $10c$ вперед, назад, вверх и вниз. Предварительные расчеты показали, что такая (относительно небольшая) расчетная область в сочетании с “неотражающими” условиями на внешних границах позволяет с хорошей точностью рассчитывать аэродинамические характеристики крылового профиля. Сетка в окрестности профиля показана на рис. 7.

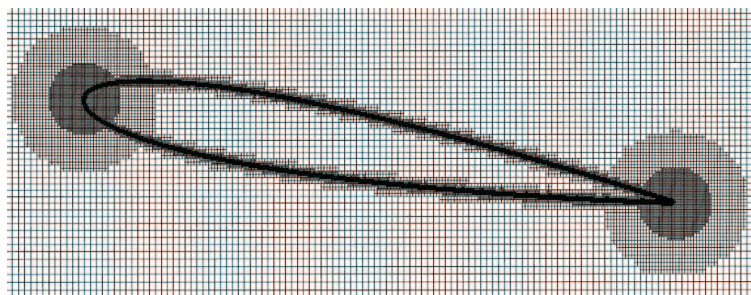


Рис. 7. Расчетная сетка около профиля

На рис. 8 показано распределение скорости около профиля. Из рисунка видно, что течение, как и в эксперименте [12] при данном угле атаки, – безотрывное.

На рис. 9 показано распределение величины y_τ^+ по поверхности профиля. Ее значение варьируется от 1 до 138. Отметим еще раз, что “стандартные” пристеночные функции хорошо “работают” при $y_\tau^+ \sim 30$ и больше. Пристеночные функции FV дают адекватные результаты и при малых $y_\tau^+ \sim 3$.

В табл. 2 представлены результаты расчетов коэффициентов сопротивления и подъемной силы. Существенное завышение полученного коэффициента сопротивления связано с тем, что в эксперименте поток воздуха турбулизировался с помощью специальной полоски (выступа), опоясывающей реальный трехмерный профиль на расстоянии $0.02c$ от передней кромки. В расчетах же принималось, что весь пограничный

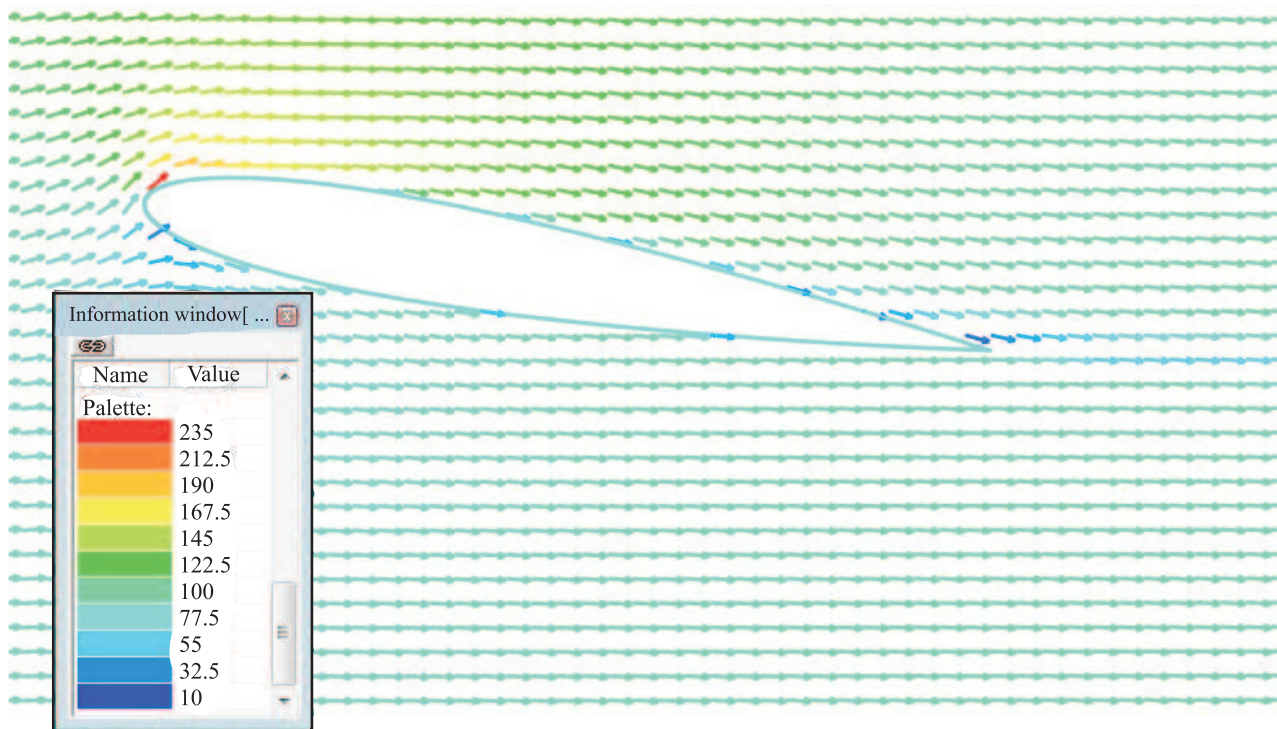


Рис. 8. Распределение скорости около профиля NASA0012

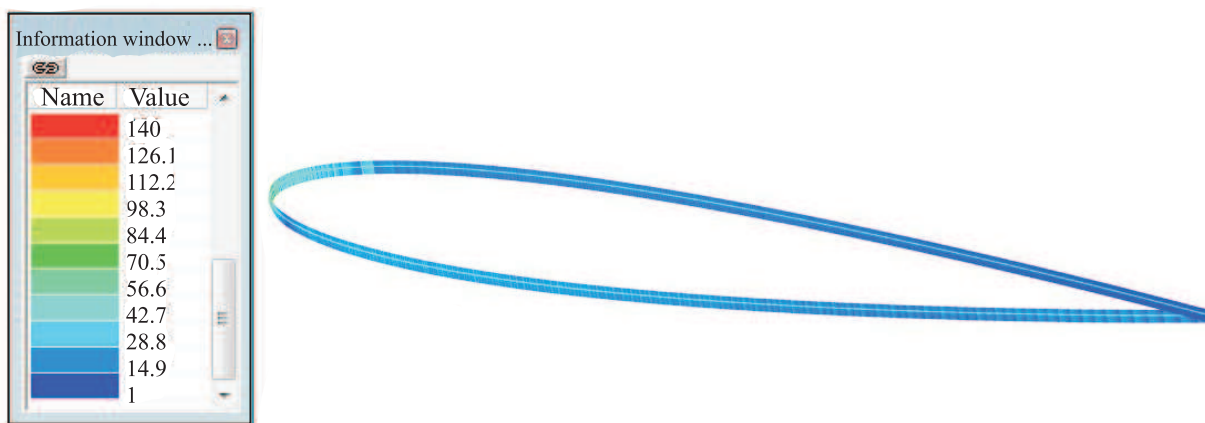


Рис. 9. Распределение y^+ по поверхности профиля NASA0012

слой (от передней кромки до задней) — турбулентный.

Таблица 2

Коэффициенты сопротивления и подъемной силы профиля NASA0012

	C_x	C_y
Эксперимент [12]	0.0193	1.02
Расчет	0.0261(+35%)	1.068(+4.7%)

Таблица 3

Коэффициенты сопротивления и подъемной силы профиля P-IIIА-15

	C_x	C_y
Эксперимент [13]	0.142	1.32
Расчет	0.155(+9.2%)	1.185(-10.2%)

Течение около профиля P-IIIА-15. Условия: $M = 0.12$, $Re = 836\ 500$, угол атаки = 16° , длина хорды $c = 0.3$ м. Представленные результаты получены на сетке из 337 000 ячеек. В проекции на плоскость течения — порядка 200 000 ячеек. Внешние границы расчетной области расположены на расстоянии $10c$

вперед, назад, вверх и вниз. Сетка в окрестности профиля показана на рис. 10. Непосредственно за задней кромкой образуется узкий вторичный вихрь, который с удовлетворительной точностью разрешает данная сетка.

На рис. 11 показано распределение скорости около профиля. Из рисунка видно, что течение, как и в эксперименте [13] при данном угле атаки, — отрывное.

На рис. 12 показано распределение величины y_τ^+ по поверхности профиля. Как мы видим, пристенные ячейки фиксированного размера попадают и в логарифмический подслой ($y_\tau^+ > 30$), и в буферный подслой ($3 < y_\tau^+ < 30$), и в ламинарный подслой ($y_\tau^+ < 3$). Гладкие профили U , μ_t , k и специальным образом подобранный профиль ε модели FV позволяют правильно рассчитать вязкую силу в широком диапазоне y_τ^+ .

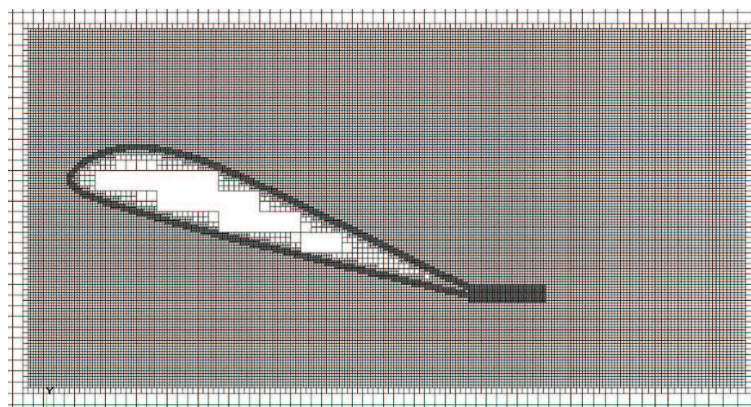


Рис. 10. Расчетная сетка около профиля

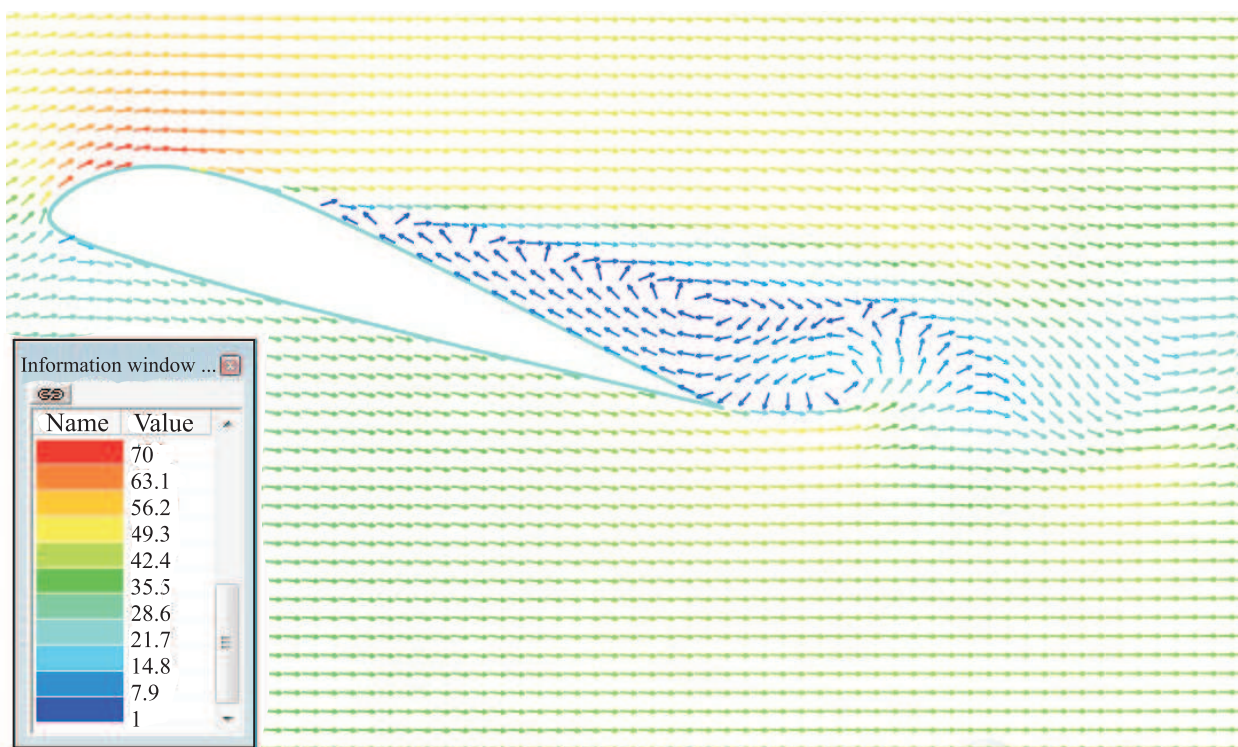


Рис. 11. Распределение скорости около профиля Р-ША-15

В табл. 3 представлены результаты расчетов коэффициентов сопротивления и подъемной силы. С учетом того, что в модели FV ламинарно-турбулентный переход не моделируется (весь пограничный слой полагается турбулентным), совпадение с экспериментом можно считать удовлетворительным.

5. Выводы. Рассмотрены течения, в которых стенки сонаправлены координатным линиям (пластина, обратный уступ), и течения, в которых криволинейные стенки рассекают прямоугольные ячейки произвольным образом (цилиндр, крыловые профили). Расчеты разных течений на разных сетках показали удовлетворительное совпадение с известными экспериментальными данными.

Особый интерес представляют отрывные течения (цилиндр, профиль Р-ША-15 под углом атаки 16°). Здесь при фиксированном размере пристенных ячеек наблюдается широкий спектр значений y^+ : от сотен до единиц. Поэтому для таких течений “стандартные” пристеночные функции [1] могут давать большую погрешность. Модель FV изначально опирается на гладкий профиль касательной скорости и, соответ-

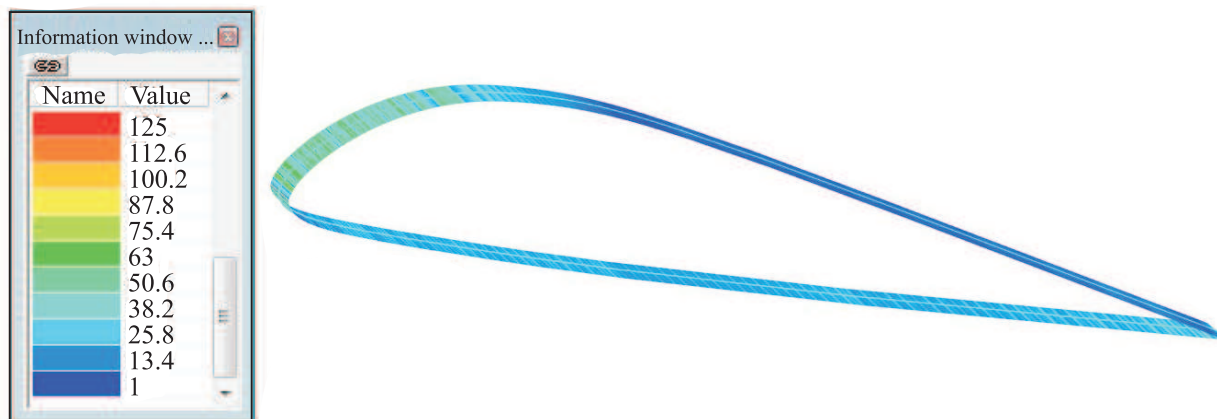


Рис. 12. Распределение y_τ^+ по поверхности профиля Р-ША-15

ственно, точнее рассчитывает вязкое трение при $y^+ < 30$. Кроме того, в модель FV заложен эмпирический профиль скорости, реализующийся в точке отрыва на гладкой поверхности. Поэтому данный подход является наиболее адекватным при моделировании отрывных течений.

Проведенные расчеты показали, что подсеточная модель турбулентности для пристенных ячеек, реализованная в программном комплексе FlowVision-НРС, дает хорошие результаты для безотрывных и отрывных течений на разных сетках. Это достигается

- использованием комбинированного профиля касательной скорости, воспроизводящего эмпирические профили скорости в предельных случаях нулевого градиента давления и нулевого вязкого трения,
- гладкостью профиля касательной скорости, позволяющим с одинаковой точностью рассчитывать вязкое трение как при больших, так и при малых y^+ ,
- заданием смешанных граничных условий для уравнения импульсов с интегральными коэффициентами,
- гладкостью профиля турбулентной вязкости,
- гладкостью профиля турбулентной энергии (k),
- специальным образом подобранным профилем скорости диссипации турбулентной энергии (ϵ).

6. Обозначения, использованные в статье.

$$C_x = \frac{2F_x}{\rho_\infty V_\infty^2 c \Delta z} \text{ — коэффициент сопротивления,}$$

$$C_y = \frac{2F_y}{\rho_\infty V_\infty^2 c \Delta z} \text{ — коэффициент подъемной силы,}$$

C_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении,

c — длина хорды крылового профиля,

$\hat{\epsilon}$ — тензор скоростей деформации,

\mathbf{F} — объемная сила,

F_x — сила сопротивления,

F_y — подъемная сила,

$$H = h + \frac{1}{2} V^2 \text{ — полная энтальпия,}$$

h — термодинамическая энтальпия,

$\hat{\mathbf{I}}$ — метрический (единичный) тензор,

$\mathbf{J}_{q, \text{eff}}$ — эффективный тепловой поток,

k — турбулентная энергия,

l_τ — “путь перемешивания” при $\nabla_x P = 0$,

l_p — “путь перемешивания” при $\tau_{wx} = 0$ (в точке отрыва потока),

$$l_\tau^+ = \frac{\rho u_\tau l_\tau}{\mu} \text{ — безразмерный “путь перемешивания” при } \nabla_x P = 0,$$

$$l_p^+ = \frac{\rho u_p l_p}{\mu} \text{ — безразмерный “путь перемешивания” при } \tau_{wx} = 0,$$

M — число Маха,

P — статическое давление,
 P_∞ — статическое давление в набегающем потоке,
 Pr — молекулярное число Прандтля,
 Pr_t — турбулентное число Прандтля,
 Re — число Рейнольдса,
 T — температура,
 t — время,
 $U \equiv V_x$ — касательная составляющая скорости,
 U_1 — профиль касательной скорости при $\nabla_x P = 0$,
 U_2 — профиль касательной скорости при $\tau_{wx} = 0$ (в точке отрыва потока),
 $U_1^+ = \frac{U_1}{u_\tau}$ — безразмерная касательная составляющая скорости при $\nabla_x P = 0$,
 $U_2^+ = \frac{U_2}{u_p}$ — безразмерная касательная составляющая скорости при $\tau_{wx} = 0$,
 u_τ — сдвиговая скорость,
 u_p — характеристическая скорость в точке отрыва,
 \mathbf{V} — скорость,
 V_i — i -я декартова составляющая вектора скорости,
 V_∞ — скорость невозмущенного потока,
 x — касательная (к стенке) координата,
 y — нормальная координата (расстояние до стенки по нормали),
 $y_\tau^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu}$ — безразмерное расстояние до стенки при $\nabla_x P = 0$,
 $y_p^+ = \frac{\rho u_p y}{\mu}$ — безразмерное расстояние до стенки при $\tau_{wx} = 0$ (в точке отрыва потока),
 Δz — толщина двумерной расчетной области,
 α — угол атаки,
 λ — молекулярная теплопроводность,
 μ — молекулярная динамическая вязкость,
 μ_t — турбулентная динамическая вязкость,
 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ — молекулярная кинематическая вязкость,
 ρ — плотность,
 ρ_∞ — плотность невозмущенного потока,
 ε — скорость диссипации турбулентной энергии,
 $\hat{\tau}_{\text{eff}}$ — эффективный (учитывающий турбулентность) тензор вязких напряжений,
 $\tau_{wx} = \rho u_\tau^2$ — сила трения на стенке (на единицу площади),
 $\nabla_x P$ — касательная составляющая градиента давления,
 Индексы: s — центр ячейки, w — стенка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wilcox D.C. Turbulence modeling for CFD. DCW Industries, Inc., 1994.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
3. Shih T.-H., Povinelli L.A., Liu N.-S., Potapczuk M.G., Lumley J.L. A generalized wall function // NASA/TM. 1999. 209398.
4. Utyuzhnikov S.V. The method of boundary condition transfer in application to modeling near-wall turbulent flows // Computers & Fluids. 2006. 7. 1193–1204.
5. Souders D.T., Hirt C.W. Modeling roughness effects in open channel flows // FSI-02-TN60.
6. Aksenov A.A., Dyadkin A.A., Pokhilko V.I. Overcoming of a barrier between CAD and CFD by the modified finite volume method // Proc. of 1998 ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference, San Diego, ASME PVP. 1998. 377-1.
7. Aksenov A.A., Gudkovsky A.V., Serebrov A.A. Electrohydrodynamic instability of fluid jet in microgravity // Proc. of 5th Int. Symposium on Computational Fluid Dynamics (ISCFD). Aug. 31–Sept. 3, 1993. 1. Sendai: Japan Society of Computational Fluid Dynamics. 19–24.
8. Сушко Г.Б., Харченко С.А. Экспериментальное исследование на СКИФ МГУ “Чебышев” комбинированной MPI+threads реализации алгоритма решения систем линейных уравнений, возникающих во FlowVision при моделировании задач вычислительной гидродинамики // Тр. Международной научной конференции “Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ 2009)”. Нижний Новгород. 30 марта–3 апреля 2009. Челябинск:

Изд-во ЮУрГУ, 2009. 316–324.

9. Харченко С.А. Влияние распараллеливания вычислений с поверхностными межпроцессорными границами на масштабируемость параллельного итерационного алгоритма решения систем линейных уравнений на примере уравнений вычислительной гидродинамики // Тр. Международной научной конференции “Параллельные вычислительные технологии”. Санкт-Петербург. 28 января–1 февраля 2008. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2008. 494–499.
10. Kim J., Kline S.J., Johnston J.P. Investigation of a reattachment turbulent shear layer: flow over a backward-facing step // Transactions of the ASME. Journal of Fluids Engineering. 1980. **102**. 302–308.
11. Eaton J.K., Johnston J.P. A review of research on subsonic turbulent flow reattachment // AIAA. 1980. AIAA-80-1438.
12. Gregory N., Wilby P.G. NPL 9615 and NACA 0012. A comparison of aerodynamic data // Ministry of Defense, Aeronautical Research Council. London: Her Majesty’s Stationery Office, 1973. С.Р. N 1261.
13. Кашафутдинов С.Т., Лушин В.Н. Атлас аэродинамических характеристик крыловых профилей. Новосибирск: Сибирский НИИ Авиации им. С. А. Чаплыгина. 1994.

Поступила в редакцию
05.08.2010
