

УДК 796.925

Математическое моделирование аэродинамических характеристик спортсменов в фазе разгона при выполнении прыжка на лыжах с трамплина

Шестаков Михаил Петрович¹, доктор педагогических наук, профессор

Щеляев Александр Евгеньевич²

Фишер Юлия Владимировна²

¹*Федеральный научный центр физической культуры и спорта (ВНИИФК), Москва*

²*ООО «ТЕСИС», Москва*

Аннотация

Цель исследования – на основе разработки математических моделей изучить взаимодействие спортсмена и воздушной среды и определить аэродинамические характеристики прыгуна на лыжах на стадии разгона.

Методы и организация исследования. В исследовании приняли участие прыгуны с трамплина высокой квалификации. В ходе исследования применяли инструментальные методики 3-d анализа Qualisys, тензоплатформы AMTI, сканер тела TC2 3D Body Scanner NX-16, лазерный сканер FARO «Focus-3D», а также пакеты для моделирования FlowVision и SIMULIA Abaqus.

Результаты исследования и выводы. В ходе работы созданы численные модели спортсменов в динамике выполнения прыжка с трамплина на стадии разгона для определения аэродинамических характеристик. На основании полученных в исследовании результатов расчета движения воздушного потока и сил трения на модель системы «спортсмен-лыжи» видно, что основной вклад в силу лобового сопротивления для трех вариантов рассмотренных разгонных поз вносит сила давления, создаваемая корпусом лыжника, далее следует сила трения. Силы давления и трения, создаваемые лыжами на этапе разгона, незначительны. Установлено, что для снижения силы сопротивления необходимо в большей степени уделить внимание снижению давления на спортсмена, чем снижать силу трения воздушного потока.

Ключевые слова: аэродинамика, прыжки на лыжах с трамплина, моделирование, FlowVision.

Mathematical modeling of the aerodynamic characteristics of athletes during the acceleration phase while performing a ski jump

Shestakov Mikhail Petrovich¹, doctor of pedagogical sciences, professor

Shchelyaev Alexander Evgenievich²

Fisher Iuliia Vladimirovna²

¹*Federal Science Center of Physical Education and Sport (VNIIFK), Moscow*

²*TESIS Ltd Moscow*

Abstract

The purpose of the study – to study the interaction between the athlete and the air environment based on the development of mathematical models and to determine the aerodynamic characteristics of the ski jumper during the acceleration phase.

Research methods and organization. The study involved highly qualified ski jumpers. Instrumental methods of 3-D analysis using Qualisys, AMTI tensoplatfoms, TC2 3D Body Scanner NX-16, FARO "Focus-3D" laser scanner, as well as modeling packages FlowVision and SIMULIA Abaqus were employed during the research.

Research results and conclusions. During the work, numerical models of athletes were created to analyze the dynamics of ski jumping during the acceleration phase in order to determine aerodynamic characteristics. Based on the results obtained from the study of airflow movement and friction forces on the "athlete-skis" system model, it is evident that the primary contribution to drag force for the three considered acceleration positions is made by the pressure force generated by the skier's body, followed by the friction force. The pressure and friction forces generated by the skis during the acceleration phase are negligible. It has been established that to reduce drag force, greater attention should be paid to reducing pressure on the athlete rather than reducing the friction force of the airflow.

Keywords: aerodynamics, ski jumping, modeling, FlowVision.

ВВЕДЕНИЕ. Изучение выполнения прыжков на лыжах с трамплина является одним из самых сложных процессов для научно-исследовательских задач. Несомненно, существует несколько факторов, включая начальное положение тела прыгуна, величину и направление вектора скорости, а также величину аэродинамического сопротивления и подъемной силы, которые определяют траекторию прыгуна и, следовательно, общую дальность прыжка. Крайне важно понять аэродинамическое поведение лыжника и лыж в фазах разгона и полета для достижения высоких результатов в современных прыжках с трамплина. Проведены многочисленные исследования аэродинамических характеристик прыгунов с трамплина с использованием экспериментов в аэродинамической трубе, комбинированных полевых измерений и численного моделирования [1-3].

В начале 20-го века систематические исследования прыжков с трамплина начались в развитых странах, где популярны зимние виды спорта, таких как Швейцария, Австрия и Япония. В 1926 году Straumann инициировал изучение прыжков с трамплина [4]. Он провел исследования для определения наиболее выгодной позы полета с использованием испытаний в аэродинамической трубе и расчета траектории полета. Первое исследование систематического имитационного прыжка с использованием кинематографических методов было выполнено Hochmuth в 1958 году [5]. Различные имитационные исследования прыжков с трамплина с использованием вычислительных методов активно проводились наряду с испытаниями в аэродинамической трубе. Вычислительное имитационное исследование траектории полета привело к созданию базы данных полевых исследований и испытаний в аэродинамической трубе.

В теоретических исследованиях Remizov [6] и Denoth et al. [7] исследовали, как максимизировать дальность полета, применяя вычислительные эксперименты и результаты испытаний в аэродинамической трубе. Müller и Schwameder [8] измерили аэродинамическую силу прыгуна с трамплина мирового класса в различных положениях полета, используя испытания в аэродинамической трубе.

В прыжках с трамплина стиль полета изменился в начале 1990-х годов, когда V-стиль заменил традиционный стиль, в котором лыжи держались параллельно и близко друг к другу. Возникла острая необходимость в улучшении понимания достоинств этого нового способа полета, и в те ранние годы прыжков в V-стиле было проведено несколько исследований [9]. Первое и, вероятно, самое важное исследование V-стиля было опубликовано Mahnke и Hochmuth [10]. Они провели серию экспериментов в аэродинамической трубе, исследуя преимущества V-стиля.

Вычислительная гидродинамика (CFD) является предпочтительным инструментом для визуализации и анализа поля потока вокруг спортсмена, позволяющим анализировать аэродинамические силы, распределение давления и подробную информацию о потоке во время движения.

Gardan et al. использовали вычислительную гидродинамику для исследования влияния угла атаки и скорости на аэродинамические силы. Их численные результаты показали, что скорость мало влияла на коэффициенты подъемной силы и сопротивления на ранней фазе полета, тогда как изменения угла атаки оказывали значительное влияние на подъемную силу и сопротивление, действующие на спортсмена [11]. Аэродинамика прыгуна с трамплина и лыж анализировалась от-

дельно с использованием вычислительной гидродинамики и упрощенной геометрической модели прыгуна с трамплина [12]. Визуализация потока показала, как линии тока ведут себя вокруг прыгуна и лыж.

Исследования вычислительной гидродинамики показали, что аэродинамические характеристики лыж играют существенную роль в системе «прыгун-лыжи», и их не следует упускать из виду при рассмотрении позы спортсмена [13]. Тем не менее взаимодействие воздушного потока между лыжами и прыгуном до конца не изучено.

Проведенный нами сравнительный анализ отечественных программных продуктов показал, что в России на сегодняшний день нет параллельных программных комплексов, позволяющих организовать эффективное решение сложных задач аэро- и гидродинамики на терафлопных вычислительных системах. Фактически, единственное решение данной проблемы реализовано в программном комплексе FlowVision, разрабатываемом компанией «ТЕСИС».

Для определения основных аэродинамических характеристик при выполнении спортсменом прыжка на лыжах с трамплина была разработана методика получения эмпирических данных и проведено исследование с помощью инструментов математического моделирования.

Задачами данного исследования являлись изучение взаимодействия спортсмена и воздушной среды и нахождение аэродинамических характеристик спортсмена и элементов его инвентаря в зависимости от скорости движения на стадии разгона.

МЕТОДИКА И ОРГАНИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ. Для получения корректных исходных данных, необходимых для математического моделирования аэродинамики выполнения прыжка с трамплина, была разработана методика их получения, предусматривающая определенную последовательность применения современных высокотехнологичных инструментальных методик. В исследовании приняли участие 8 спортсменов высокой квалификации в ходе проведения этапных комплексных обследований и тренировочных мероприятий.

Получение биомеханических данных кинематики движения тела спортсмена производилось с помощью комплекса оптической маркерной системы с пассивными датчиками Qualisys (Sweden). В исследовании использовалось 18 высокоскоростных видеокамер. На теле спортсмена было размещено 54 светоотражающих маркера. Описание методики экспериментальной работы системы Qualisys с высококвалифицированными спортсменами сборных команд России было представлено [14]. Получение данных биомеханических переменных осуществлялось в лабораторных и полевых условиях непосредственно при выполнении прыжков с трамплина. В лабораторных условиях, кроме комплекса Qualisys, использовались две тензоплатформы АМТИ (USA) для получения показателей сил реакции опор при выполнении прыгуном имитации отталкивания.

Для получения индивидуальных параметров антропометрии спортсменов проводились измерения тела спортсмена в специальном трехмерном сканере фирмы TC2 3D Body Scanner NX-16 (USA). В процессе обработки данных, полученных со сканера, получалась трехмерная модель формы тела спортсмена. К полученной модели добавлялись трехмерные геометрические модели шлема, лыжных ботинок и лыж. Детализацией модели лыжного костюма пренебрегалось, так как это не имело

существенного влияния на моделирование из-за достаточно жестких регламентированных требований соревнований. Полигональные сетки объектов сканирования в дальнейшем сшивались в соответствии с требованиями, предъявляемыми расчетной программой FlowVision. Для переноса снятого материала, содержащего данные о движении и позах спортсмена, применялась технология переноса движения на кости с последующей привязкой костей модели к ее поверхности в виде полигональной сетки. Данный процесс называется *скиннингом*. Для выполнения скиннинга в программе трехмерного моделирования для каждой индивидуальной модели спортсмена создается типовой скелет. После выполнения процедуры скиннинга модели экспортируются в формат .fbx для последующего переноса движений в программном пакете Autodesk MotionBuilder.

Проведение лазерного сканирования трамплина К-125 в п. Красная Поляна было осуществлено с помощью лазерного сканера FARO «Focus-3D» Focus 3D-120 и программного обеспечения FARO Scene 4.8. На основе данных сканирования получены основные геометрические характеристики, необходимые для формирования голономных связей.

Индивидуальные модели спортсменов, соответствующие антропометрии и точно повторяющие технику выполнения соревновательного упражнения оригиналов, в виде файла данных формата .wrl или .stl экспортируются после проведения окончательной проверки в программу расчёта аэродинамики FlowVision.

Была разработана методика с использованием метода конечных элементов в программном комплексе SIMULIA Abaqus для взаимосвязанного учёта влияния силы трения скольжения и деформации контактирующих поверхностей на суммарную величину силы трения при движении лыжи по поверхности трамплина.

Последней стадией комплексной обработки полученных данных перед передачей их для аэродинамических исследований является перенос данных о движении поз спортсменов во время прыжка с трамплина на готовые индивидуальные модели спортсменов и подготовка полигональной модели спортсмена (сетки) для проведения аэродинамических расчетов в программном комплексе FlowVision. В качестве интегральных характеристик, по которым оценивается сходимость задачи, принимались сила лобового сопротивления F_x и подъемная сила F_y , также рассматриваются составляющие силы сопротивления от трения и распределения давления. Расчеты проводились для вариантов движения лыжника на столе отрыва со скоростью 100, 90, 80, 70 км/ч. Рассматривали три положения спортсмена перед началом отталкивания, которые представлены на рисунке 1.

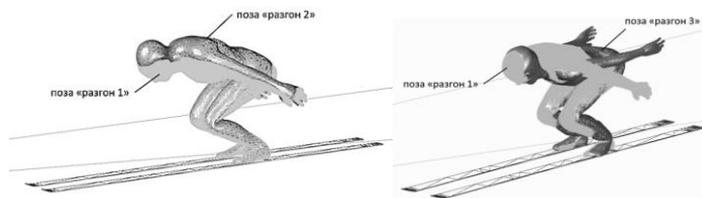


Рисунок 1 – Сравнение положений спортсмена в позах «разгон 1» и «разгон 2» – слева, в позах «разгон 1» и «разгон 3» – справа

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ. Анализ изменения положения тела спортсмена на разгоне будем проводить, взяв положение спортсмена, представленное как поза «разгон 1» за базовое, с которым будем сравнивать результаты, полученные для других положений тела на разгоне.

Значения сил, представленных в таблице 1 (осредненное значение), получаем как среднее арифметическое значение переменной на участке с установившимся режимом. Здесь: F_x – сила лобового сопротивления; F_y – подъемная сила. Критерием оптимальности является аэродинамическое качество ($K_{ад}$), которое характеризуется отношением величины подъемной силы к силе аэродинамического сопротивления.

Таблица 1 – Результаты расчетов силы, действующей на спортсмена в разгонной фазе

| Скорость | Объект | Фаза «разгон 1» | | | Фаза «разгон 2» | | | Фаза «разгон 3» | | |
|--------------------------|-------------|-----------------|-----------|-------|-----------------|-----------|------|-----------------|-----------|--------|
| | | F_x , Н | F_y , Н | Кад | F_x , Н | F_y , Н | Кад | F_x , Н | F_y , Н | Кад |
| 100 км/ч (27,778 м/с) | Лыжник | 34,174 | 42,016 | | 41,128 | 41,147 | | 29,395 | -5,016 | |
| | Лыжа (одна) | 1,040 | -1,243 | | 1,059 | -1,468 | | 1,055 | -4,610 | |
| | Сумма | 36,254 | 39,530 | 1,090 | 43,247 | 38,210 | 0,88 | 31,504 | -14,236 | -0,452 |
| 90 км/ч (25 м/с) | Лыжник | 28,316 | 34,298 | | 33,381 | 33,662 | | 23,991 | -3,392 | |
| | Лыжа (одна) | 0,851 | -1,064 | | 0,862 | -1,072 | | 0,871 | -3,766 | |
| | Сумма | 30,018 | 32,170 | 1,072 | 35,104 | 31,518 | 0,89 | 25,732 | -10,925 | -0,425 |
| 80 км/ч (22,222 м/с) | Лыжник | 22,449 | 26,837 | | 25,948 | 26,748 | | 19,100 | -2,515 | |
| | Лыжа (одна) | 0,679 | -0,838 | | 0,688 | -0,848 | | 0,692 | -2,913 | |
| | Сумма | 23,807 | 25,161 | 1,057 | 27,323 | 25,052 | 0,91 | 20,483 | -8,341 | -0,407 |
| 70 км/ч (19,444 м/с) | Лыжник | 17,332 | 20,618 | | 20,227 | 20,315 | | 14,560 | -1,411 | |
| | Лыжа (одна) | 0,524 | -0,627 | | 0,533 | -0,619 | | 0,529 | -2,146 | |
| | Сумма | 18,380 | 19,364 | 1,054 | 21,292 | 19,076 | 0,89 | 15,619 | -5,703 | -0,365 |

Обозначение: F_x – сила лобового сопротивления; F_y – подъемная сила; КАД – аэродинамическое качество.

Аэродинамические характеристики спортсмена при разгоне в положении лыжника «разгон 1». С ростом скорости увеличиваются все силы, действующие на спортсмена. При этом аэродинамическое качество также растет с увеличением скорости лыжника в фазе разгона. Соотношение сил давления и сил тангенциального (касательного) трения в суммарной силе аэродинамического сопротивления в процессе изменения скорости не меняется. Основной вклад в силу F_x вносит сила давления, создаваемая корпусом лыжника (около 81–81,61%), далее – сила трения, создаваемая телом спортсмена (порядка 12,68–13,26%). Силы давления и трения, создаваемые лыжами, составляют соответственно 3,03–3,13% и 2,61–2,68%.

Соотношение вкладов лыжника и лыж в суммарную подъемную силу также не меняется с ростом скорости движения по трамплину. Основную часть (95,12–94,41%) дает тело спортсмена, остальные 5,59–5,88% приходятся на долю лыж.

Области торможения потока дают значительный вклад в силу F_x за счет сил давления. Сильное сопротивление давления создают лобная часть головы, плечи и

колени лыжника. Минимизировать коэффициент лобового сопротивления в данных областях можно путем снижения амплитуды давления и площади зоны торможения.

В положении 2 (поза «разгон 2») корпус спортсмена находится немного выше, чем в варианте позы «разгон 1».

Увеличение площади омываемой поверхности спортсмена, характерное для позы «разгон 2», ведет к росту лобового сопротивления (около 15%). Подъемная сила при этом практически не меняется, и как следствие, аэродинамическое качество позы «разгон 2» существенно падает. Для фазы разгона параметр КАД, важный для совершения полета, не существенен, так как спортсмен движется по поверхности трамплина, но подъемная сила будет вносить вклад в контактную силу трения лыжи на трамплине.

Составляющие сопротивления незначительно меняют свое соотношение по сравнению с положением «разгон 1». Основной вклад в силу сопротивления приходится на долю лыжника: 83,72–84,5% (что на 2,1–3,5% больше, чем для позы «разгон 1» ввиду увеличения площади омываемой поверхности). Вклад трения спортсмена в общее сопротивление составляет 10,59–11,34% (что на 1,3–2,7% ниже варианта «разгон 1»). На долю давления и трения лыж приходится 2,62–2,67% и 10,59–11,34% соответственно. Такое распределение сил на лыжах практически не отличается от распределения в варианте «разгон 1».

Основной вклад в подъемную силу вносит корпус спортсмена (около 93,34–94,25%), что практически не отличается от предыдущего случая.

В положении «разгон 2» (по сравнению с позой «разгон 1») при прочих равных условиях спортсмен теряет в дальности полета 1,58 м.

В положении спортсмена «разгон 3» общее сопротивление значительно ниже, чем в вариантах «разгон 1» и «разгон 2». Данное понижение объясняется двумя причинами:

- благодаря уменьшению площади омываемой поверхности спортсмена упала сила сопротивления давления, которая формирует основной вклад в F_x . В позе «разгон 1» зоны повышенного давления имеются на руках и в паховой области лыжника (в положении «разгон 3» данные зоны отсутствуют). Области повышенного давления на коленях и плечах спортсмена в позе «разгон 1» также несколько больше, чем в положении «разгон 3»;

- руки лыжника в положении «разгон 3» принимают хорошо обтекаемое положение (практически совпадают с вектором набегающего потока), благодаря чему не происходит интенсификации вихреобразования и увеличения сопротивления. Немного выгнутая спина спортсмена в положении «разгон 3» способствует более плавному сходу воздушного потока.

Сопротивление давления корпуса лыжника в позе «разгон 3» вносит меньший вклад в общее сопротивление, чем в вариантах «разгон 1» и «разгон 2», вклад давления составляет 76,51–77,61% (что на 3,39–5,10% меньше по сравнению с позой «разгон 1»). Вклад трения, приходящийся на долю спортсмена, составляет 15,70–16,71%. На долю сил давления и трения лыж приходится 3,54–3,59 и 3,10–3,22% соответственно. Поскольку общая подъемная сила, действующая на лыжника в позе «разгон 3», очень мала, соотношения вкладов лыж и спортсмена в силу F_y существенно отличаются от рассмотренных ранее вариантов: на долю лыжника приходится 64,76–75,26%, на долю лыж – 24,74–35,24%.

Дальность прыжка или планирования прямо пропорциональна величине аэродинамического качества. Результаты, описывающие дальность приземления, иллюстрируют рисунок 2 и таблица 2.

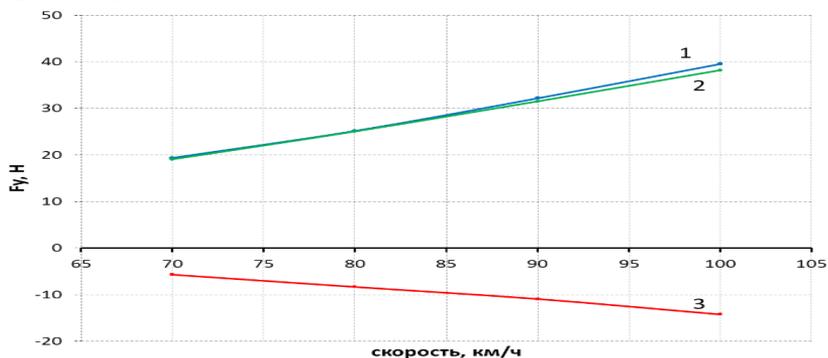


Рисунок 2 – Зависимость подъемной силы от скорости для спортсмена в позах «разгон 1», «разгон 2» и «разгон 3» (обозначение: 1 – положение спортсмена «разгон 1»; 2 – положение спортсмена «разгон 2»; 3 – положение спортсмена «разгон 3»)

Таблица 2 – Влияние силы лобового сопротивления на разгонном участке на дальность полета

| | Общее время прохода трассы, с | X, м | Y, м | Скорость при посадке, м/с |
|----------|-------------------------------|---------|--------|---------------------------|
| Разгон 1 | 9,491 | 198,278 | 23,945 | 44,386 |
| Разгон 2 | 9,518 | 196,42 | 25,276 | 43,959 |
| Разгон 3 | 9,507 | 199,315 | 23,229 | 44,621 |

Благодаря уменьшению сопротивления на этапе разгона спортсмен в положении «разгон 3» выигрывает в дальности прыжка 1,037 м по сравнению с вариантом «разгон 1». Траектории полета лыжника для рассмотренных вариантов разгонных положений иллюстрирует рисунок 3.

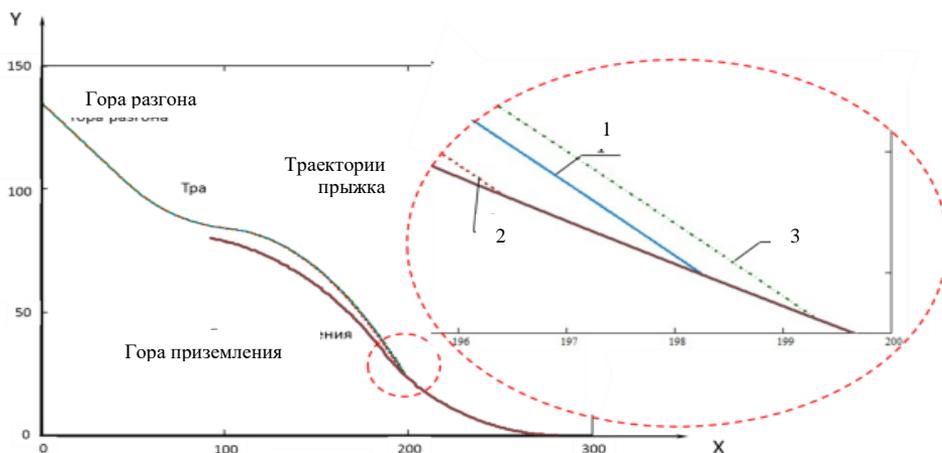


Рисунок 3 – Траектории прыжка лыжника для разных положений спортсмена на разгонном участке (обозначение: 1 – положение спортсмена «разгон 1»; 2 – положение спортсмена «разгон 2»; 3 – положение спортсмена «разгон 3»)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. В работе представлена методика сбора эмпирических данных для последующего математического моделирования аэродинамических характеристик системы «прыгун-лыжи» при выполнении прыжка с трамплина. Методика включает последовательность использования ряда высокотехнологичного оборудования и технологий, в том числе: объемное сканирование тела спортсмена и специальной спортивной экипировки, получение данных биомеханики движения спортсмена, лазерное сканирование трамплина; проведение аэродинамических расчетов.

На основании полученных в исследовании результатов видно, что основной вклад в силу лобового сопротивления для трех вариантов рассмотренных разгонных поз вносит сила давления, создаваемая корпусом лыжника, далее следует сила трения, создаваемая также спортсменом. Силы давления и трения, создаваемые лыжами на этапе разгона, незначительны. Установлено, что для снижения силы сопротивления необходимо в большей степени уделить внимание снижению давления на спортсмена, чем снижению силы трения воздушного потока.

Определено, что снизить сопротивление давления можно следующими способами:

- уменьшить площадь омываемой поверхности спортсмена (уменьшить площадь участков тела, перпендикулярных вектору набегающего потока) путем изменения положения наклона корпуса, спины и ног спортсмена;
- располагать руки на этапе разгона вдоль вектора набегающего потока, чтобы избежать образования вторичных вихрей.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Hu Q., Liu Y. A review of wind tunnel experimental research on aerodynamic drag reduction in winter sports // *China Sport Sci. Tech.* 2022. V. 42. P. 55–67.
2. Jung A., Staat M., Müller W. Flight style optimization in ski jumping on normal, large, and ski flying hills // *J. Biomech.* 2014. V. 47. P. 716–722.
3. Schmolzer B., Müller W. The importance of being light: Aerodynamic forces and weight in ski jumping // *J. Biomech.* 2002. V. 36. P. 1059–1069.
4. Straumann R. Vom Skiweitsprung und seiner Mechanik (1 Teil) [Ski Jumping and the Mechanics Theory] // *Jahrbuch des Schweizerischen Skiverbandes.* 1926. V. 22. P. 11–29.
5. Hochmuth G. Untersuchungen über den Einfluß der Absprungbewegung auf die Sprungweite beim Skispringen // *Wissenschaftliche Zeitschrift der Deutschen Hochschule für Körperkultur.* 1958/59. N 1. P. 29–57.
6. Remizov L. P. Biomechanics of Optimal Flight Ski-jumping // *J. Biomechanics.* 1984. V. 17. P. 167–171.
7. Denoth J., Luethi S. M., Gasser H. H. Methodological Problems in Optimization of the Flight Phase in Ski Jumping // *J. Biomechanics.* 1987. No 3. P. 404–418.
8. Müller E., Schwameder H. Biomechanical Aspects of New Techniques in Alpine Skiing and Ski-jumping // *J. Sports Sci.* 2003. V. 21. P. 679–692.
9. Virnavirta M. Aerodynamics of ski jumping // *The engineering approach to winter sports / Braghin [et al.] (eds.). Springer, New York, 2016. P. 153–181.*
10. Mahnke R., Hochmuth G. Neue Erkenntnisse zur Luftkraftwirkung beim Ski-springen. Research Report, Forschungsinstitut für Körperkultur und Sport, Leipzig, 1990.
11. Gardan N., Schneider A., Polidori G. [et al.]. Numerical investigation of the early flight phase in ski-jumping // *J. Biomech.* 2017. V. 50. P. 29–34.
12. Nørstrud H., Øye I. J. On CFD simulation of ski jumping, in computational fluid dynamics for sport simulation // *Lecture notes in computational science and engineering / Peters M. (ed). V. 72. Springer, Berlin, 2009. P. 63–82.*
13. Hu Q., Chen Q., Zhang W. Effect of the ski opening angle on the aerodynamic characteristics during flight in ski-jumping // *China Sport Sci.* 2018. V. 38. P. 42–49.
14. Shestakov M., Korchagin A. Computer simulation of mechanisms to reduce the metabolic costs of running while taking into account the individual characteristics of the athlete. DOI 10.5772/intechopen.1003066 // *Technology in Sports - Recent Advances. New Perspectives and Application.* 2023. P. 19.

REFENECES

1. Hu Q., Liu Y. (2022), "A review of wind tunnel experimental research on aerodynamic drag reduction in winter sports", *China Sport Sci. Tech.*, V. 42, pp. 55–67.
2. Jung A. Staat M., Müller W. (2014), "Flight style optimization in ski jumping on normal, large, and ski flying hills", *J. Biomech.*, V. 47, pp. 716–722.
3. Schmolzer B., Müller W. (2002), "The importance of being light: Aerodynamic forces and weight in ski jumping", *J. Biomech.*, V. 36, pp. 1059–1069.
4. Straumann R. (1926), "Vom Skiweitsprung und seiner Mechanik (1 Teil)", [Ski Jumping and the Mechanics Theory], *Jahrbuch des Schweizerischen Skiverbandes*, V. 22, pp. 11–29.
5. Hochmuth G. (1958/59), "Untersuchungen über den Einfluß der Absprungbewegung auf die Sprungweite beim Skispringen", *Wissenschaftliche Zeitschrift der Deutschen Hochschule für Körperkultur*, N 1, pp. 29–57.
6. Remizov L. P. (1984), "Biomechanics of Optimal Flight Ski-jumping", *J. Biomechanics*, V. 17, pp. 167–171.
7. Denoth J., Luethi S. M., Gasser H. H. (1987), "Methodological Problems in Optimization of the Flight Phase in Ski Jumping", *J. Biomechanics*, N 3, pp. 404–418.
8. Müller E., Schwameder H. (2003), "Biomechanical Aspects of New Techniques in Alpine Skiing and Ski-jumping", *J. Sports Sci.*, V. 21, pp. 679–692.
9. Virnavirta M. (2016), "Aerodynamics of ski jumping", Braghin [et al.] (eds.) *The engineering approach to winter sports*, Springer, New York, pp 153–181.
10. Mahnke R., Hochmuth G. (1990), "Neue Erkenntnisse zur Luftkraftwirkung beim Ski-springen", Research Report, Forschungsinstitut für Körperkultur und Sport, Leipzig.
11. Gardan N., Schneider A., Polidori G. [et al.] (2017), "Numerical investigation of the early flight phase in ski-jumping", *J. Biomech.*, V. 50, pp. 29–34.
12. Nørstrud H., Øye I. J. (2009), "On CFD simulation of ski jumping, in computational fluid dynamics for sport simulation", Peters M. (ed), *Lecture notes in computational science and engineering*, vol 72, Springer, Berlin, pp. 63–82.
13. Hu Q., Chen Q., Zhang W. (2018), "Effect of the ski opening angle on the aerodynamic characteristics during flight in ski-jumping", *China Sport Sci.*, V. 38, pp. 42–49.
14. Shestakov M., Korchagin A. (2023), "Computer simulation of mechanisms to reduce the metabolic costs of running while taking into account the individual characteristics of the athlete", *Technology in Sports - Recent Advances, New Perspectives and Application*, p. 19, DOI 10.5772/intechopen.1003066.

Информация об авторах:

Шестаков М.П., ведущий научный сотрудник лаборатории проблем комплексного сопровождения спортивной подготовки, shestakov.m.p@vniifk.ru, SPIN-код 5187-1502, ORCID: 0000-0002-1411-5453.

Щеляев А.Е., заместитель директора, alex@flowvision.ru.

Фишер Ю.В., начальник группы, math-net2024_12@mi-ras.ru.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 13.01.2025.

Принята к публикации 10.02.2025.